

OpenCascade Primitives BRep - Sphere

eryar@163.com

Abstract. BRep is short for Boundary Representation. Boundary Representation gives a complete description of an object by associating topological and geometric information for solid modeling. In this case, objects are described by their boundaries. There are two types of information in BRep: Topological information and Geometric information. This paper is concerned with the sphere BRep in OpenCascade, and also show how to use Tcl script to dump sphere BRep info.

Key words. OpenCascade, BRep, Boundary Representation, Sphere, Singularity

1. Introduction

球体的几何数据主要是一个球面，在 OpenCascade 中球面的参数方程如下所示：

$$S(u,v) = P + r \cdot \cos(v) \cdot (\cos(u) \cdot D_x + \sin(u) \cdot D_y) + r \cdot \sin(v) \cdot D_z, \quad (u,v) \in [0, 2 \cdot \pi] \times [-\pi/2, \pi/2].$$

在《**Parametric Curves and Surfaces**》一文中，对参数曲线曲面进行了介绍，并重点介绍了球面的奇异性（Singularity）。本文通过对 Sphere 的 BRep 表示进行分析，来理解边界表示法中对参数曲面上奇点（Singular Point）的处理及 BRep_TEdge 中包含的多种形式的曲线。

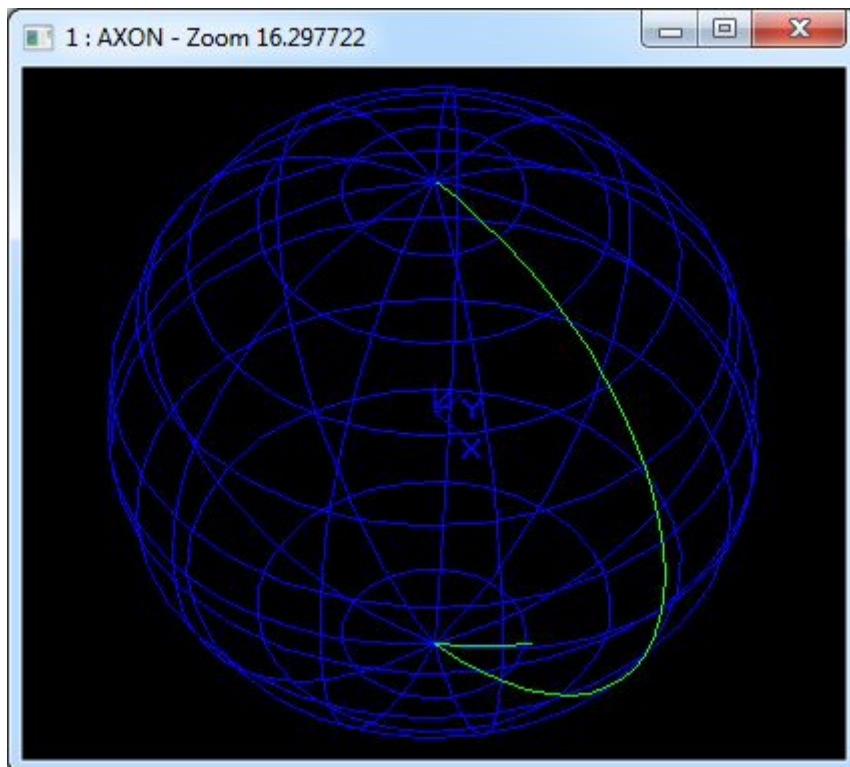
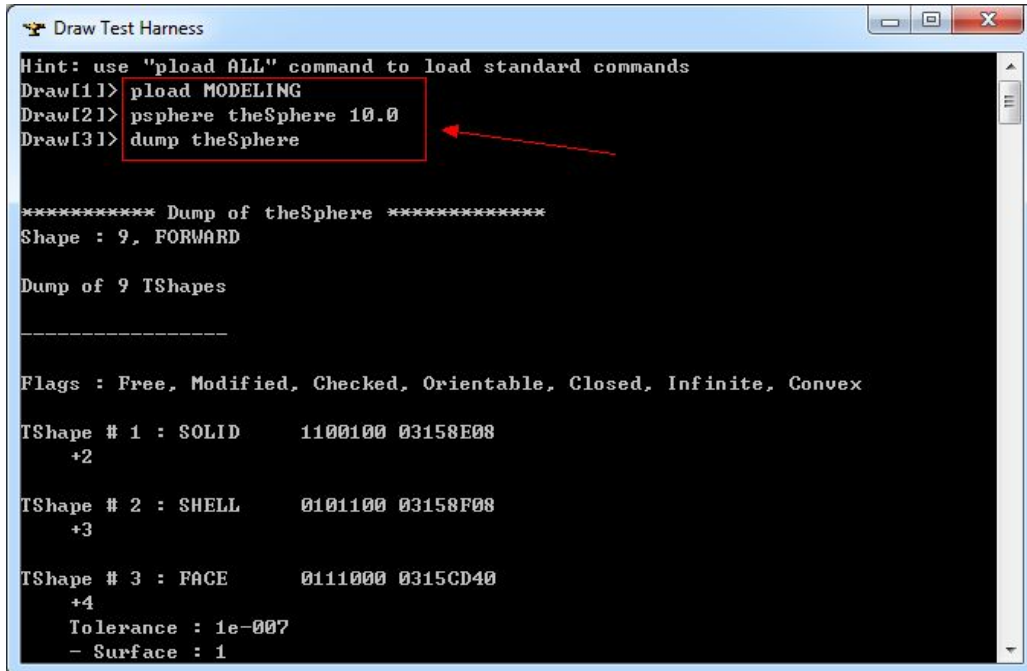


Figure 1.1 Sphere Generated by Tcl in Draw Test Harness

2. Dump Sphere BRep Info by Tcl

在 OpenCascade 中使用 Tcl 脚本来测试一些想法真是很方便，如这里要输出球的边界表示的数据，只需要三条命令就可以完成。以下 Tcl 命令生成了一个圆心在原点 (0,0,0)，半径为 10 的球：



```
Draw Test Harness
Hint: use "pload ALL" command to load standard commands
Draw[1]> pload MODELING
Draw[2]> psphere theSphere 10.0
Draw[3]> dump theSphere

***** Dump of theSphere *****
Shape : 9, FORWARD

Dump of 9 TShapes
-----

Flags : Free, Modified, Checked, Orientable, Closed, Infinite, Convex

TShape # 1 : SOLID      1100100 03158E08
          +2

TShape # 2 : SHELL     0101100 03158F08
          +3

TShape # 3 : FACE      0111000 0315CD40
          +4
Tolerance : 1e-007
- Surface : 1
```

Figure 2.1 Dump Sphere BRep Info in Draw Test Harness

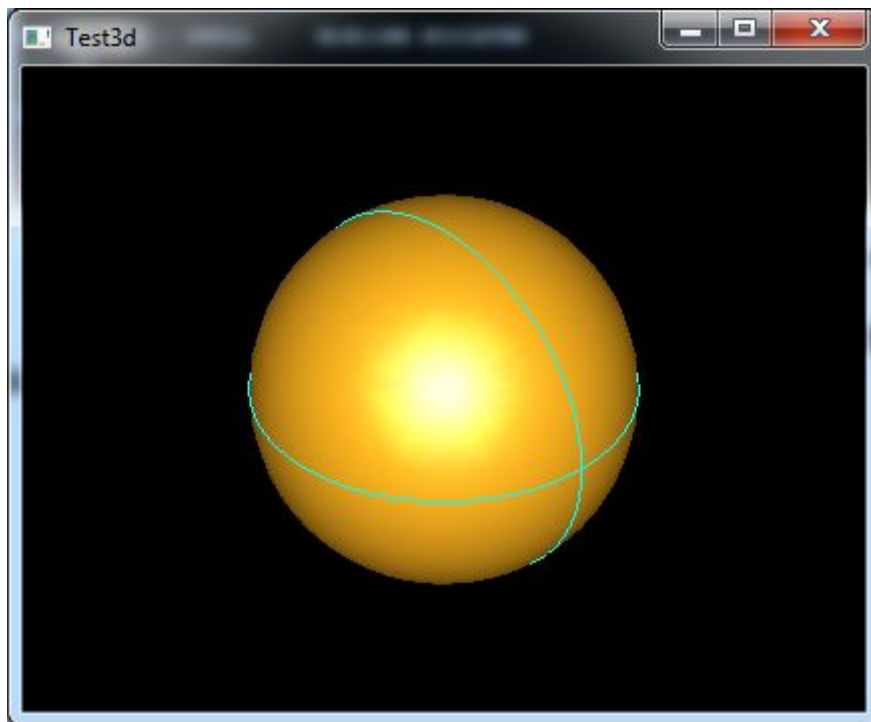


Figure 2.2 Display the Sphere in Draw

与《OpenCascade Primitives BRep - Box》一样，根据这些信息，从 Vertex 开始编号，来分析球的 BRep 表示。

3. Sphere BRep in OpenCascade

球的拓扑顶点 Vertex 有两个，分别是#7 (0, 0, -10) 和#9 (0, 0, 10)，如下图所示：

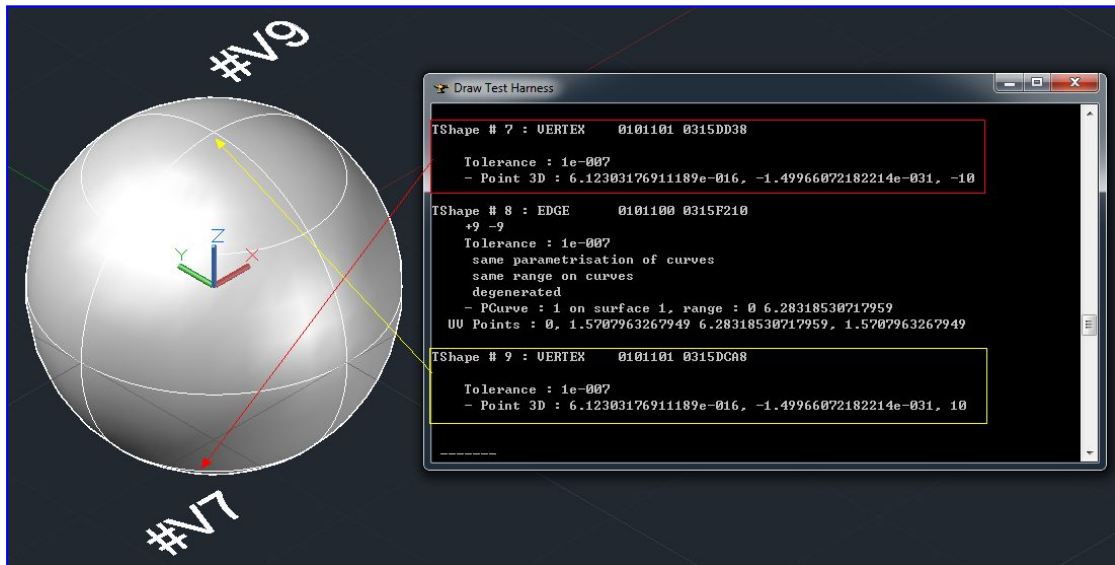


Figure 3.1 Vertex of Sphere BRep in OpenCascade

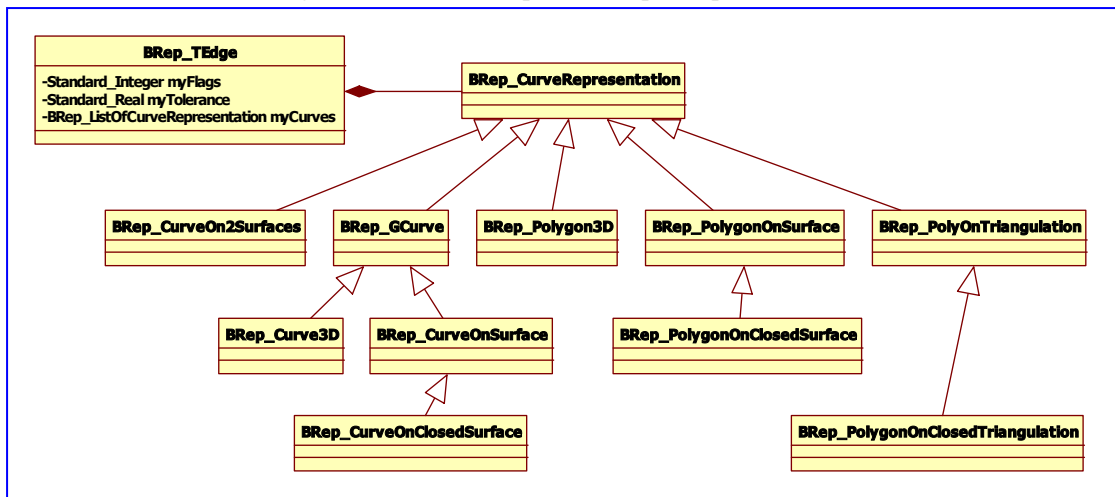


Figure 3.2 Curve Representation of BRep_TEdge

边 Edge 有三种表现形式，分别是#5, #6 和#8，其中#5 和#8 是退化边(Degenerated Edge)，即球面参数方程的奇点 (Singular Point)，在前文《PCurve - Curve on Surface》中分析曲面上曲线 PCurve 时已经讨论过，此处略过。本文只对#6 边中的几何信息进行详细分析。

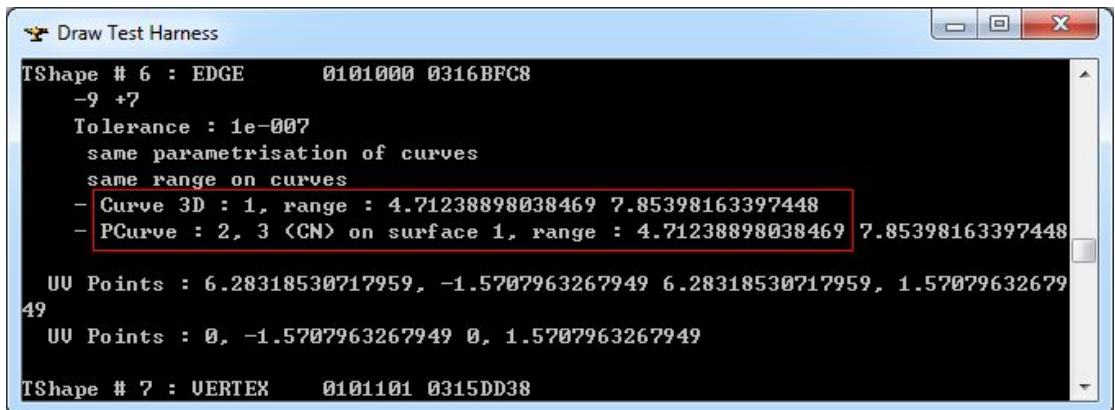


Figure 3.3 Edge #6 of Sphere BRep in OpenCascade

从拓扑边中可以看出#6Edge中的曲线有三个：一是三维空间曲线（Curve 3D）1；另外两个是曲面上曲线。其中三维空间曲线1的参数方程及其参数如下图所示：

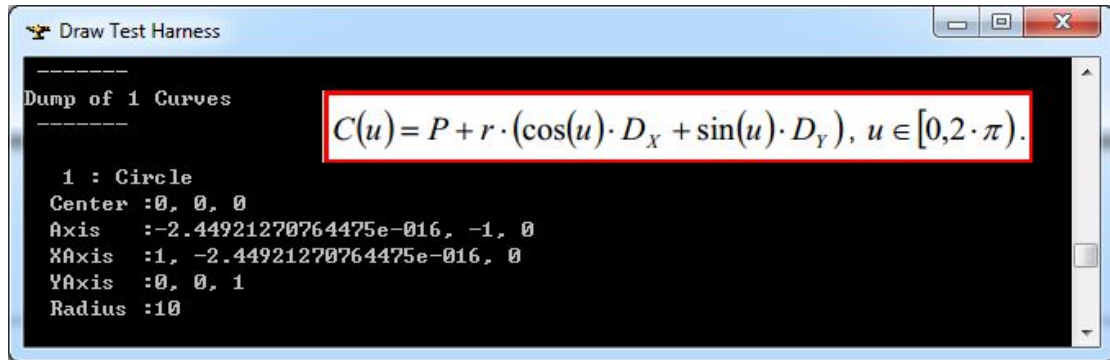


Figure 3.4 Parameters and Parametric equation of the Curve 3D

由上图可知，三维空间曲线1是一个圆，圆心位于坐标原点（0，0，0），半径为10，且位于XOZ平面上，对应范围的起点和终点分别为：

$$C(u) = P + r \cdot (\cos(u) \cdot D_x + \sin(u) \cdot D_y)$$

$$C\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 10 \times (\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cdot (1,0,0) + \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cdot (0,0,1))$$

$$C\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 10 \times (0 \cdot (1,0,0) + (-1) \cdot (0,0,1))$$

$$C\left(\frac{3\pi}{2}\right) = (0,0,-10)$$

$$C\left(\frac{5\pi}{2}\right) = (0,0,10)$$

同理根据曲面上曲线的 PCurve 的定义，可以计算出曲面1上的曲线2和3，它们表示的曲线与三维空间曲线1相同，即边#6是衔接边（Seam Edge），对应OpenCascade中即是 BRep_CurveOnClosedSurface。综上所述，可以画出球上的Edge，如下图所示：

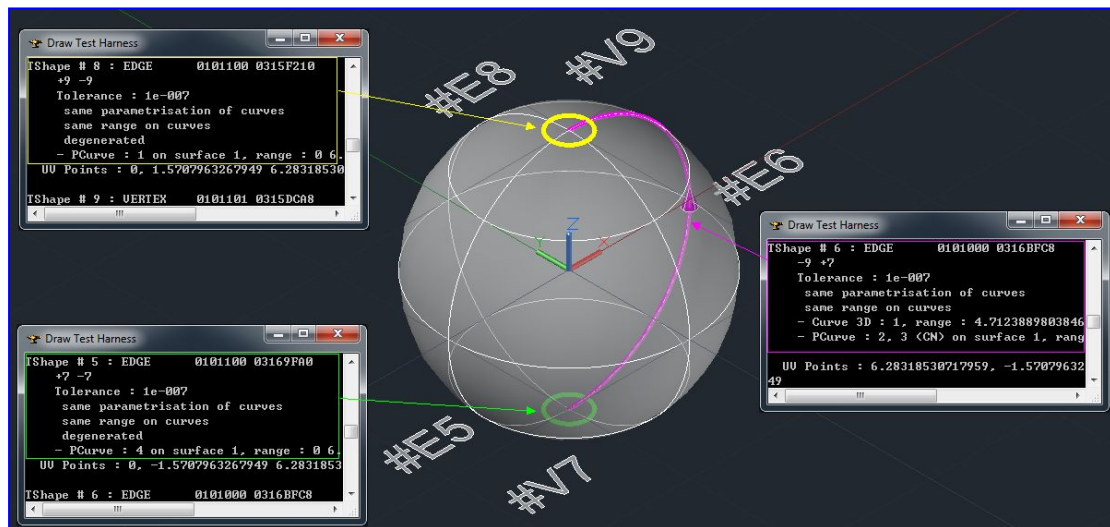


Figure 3.5 Edges of the Sphere

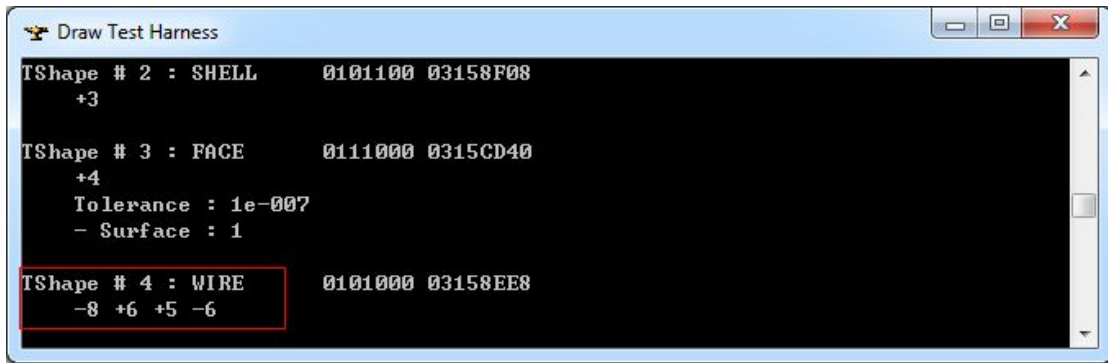


Figure 3.6 Wire of the Sphere

由上图可知在形成 Wire 时, Edge6 使用了两次且方向相反, 退化边 (Degenerated Edge) 的方向可忽略, 因为其已经退化为一。根据 Wire 的信息画出球的 Wire 如下图所示:

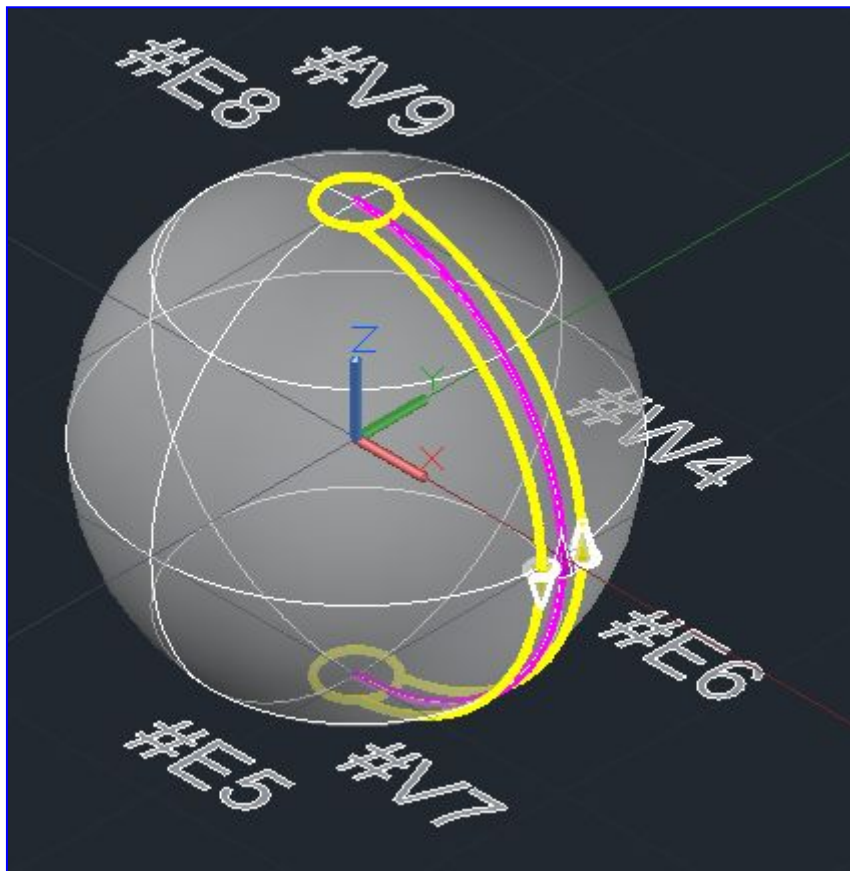


Figure 3.7 Wire of the Sphere(Wire in Yellow color)

由 Wire#4 组成了 Face#3, Face#3 中的几何曲面为 1。曲面 1 是一个参数的球面。由 Face#3 组成 Shell #2, 由 Shell#2 组成了 Solid#1。球的边界表示的分析就结束了。

4. Conclusion

本文通过使用 Tcl 脚本在 Draw Test Harness 中生成球的 BRep 边界表示信息，分析了球在 OpenCascade 中的组织方式。对 BRep 中边包含的多种几何曲线形式进行了解。

5. References

1. OpenCascade, Test Harness User's Guide 2013
2. OpenCascade, BRep Format Description White Paper, 2013
3. John K. Ousterhout, Tcl and Tk Toolkit, 1993