

Convert BSpline Curve to Arc Spline in OpenCASCADE

eryar@163.com

Abstract. The paper based on OpenCASCADE algorithms to approximate the NURBS curve to arc spline. The method is most useful in numerical control to drive the cutter along straight line or circular paths. Or in the shipbuilding industry to manufacture section bar for cold frame bender.

Key Words. NURBS, Biarc approximation, arc spline,

1.Introduction

在数控加工 CNC 领域，通常需要用尽量少段数的圆弧和直线段来对曲线进行拟合。有的数控绘图机也只有直线和圆弧插补器，即只能绘制直线和圆弧，所以也需要将自由曲线转换成直线和圆弧来进行绘制。在船舶制造方面，如肋骨冷弯机只有两种状态：弯和不弯，也只能加工出直线和圆弧，所以也需要将曲面型材的弯曲信息转换成肋骨冷弯机能加工的数据。如下图所示为型材模型及其基线：

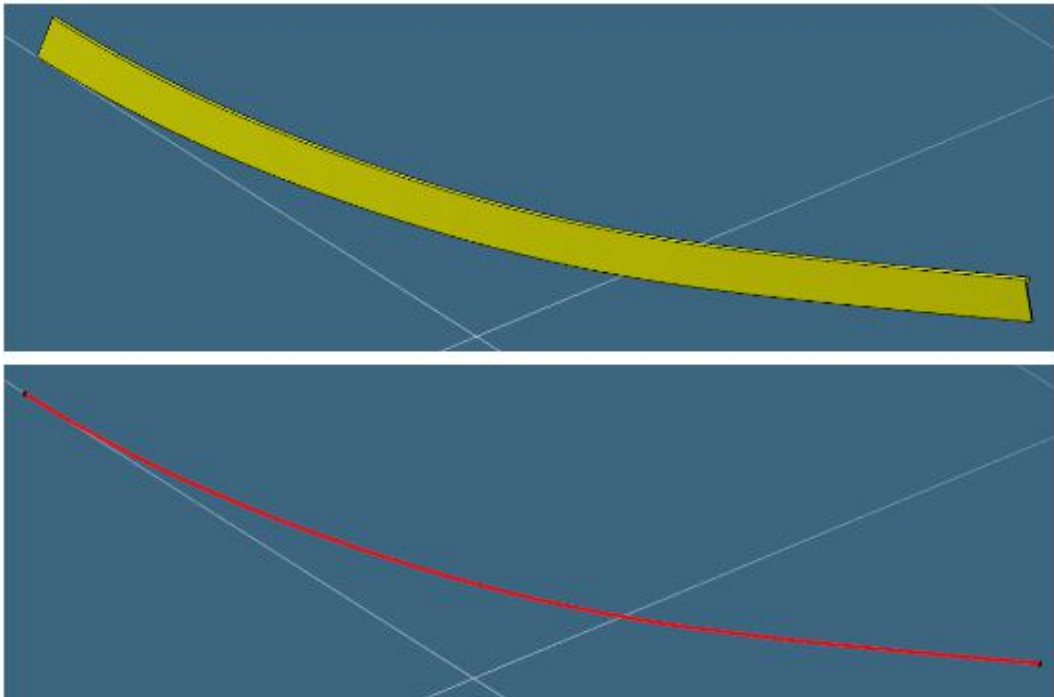


Figure 1. 型材模型及基线

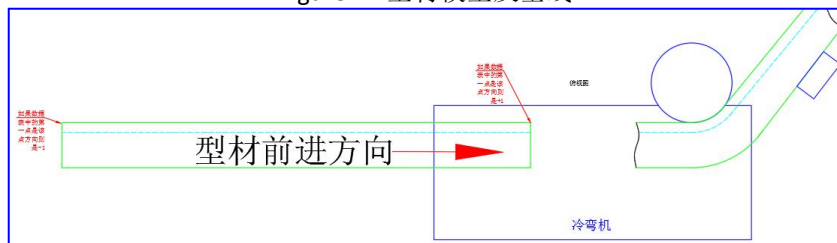


Figure 2. 肋骨冷弯机

如上图所示，型材都是直线的，通过弯曲加工出曲线效果。所以也需要将实际的自由曲线的型材数据转换成圆弧样条（直线和圆弧）便于加工。国内外关于这方面的论文很多，本文基于 opencascade 做了一个测试，opencascade 平台相关的数据结构完善，B 样条相关算法齐全，可以基于这个开源平台做些开发。

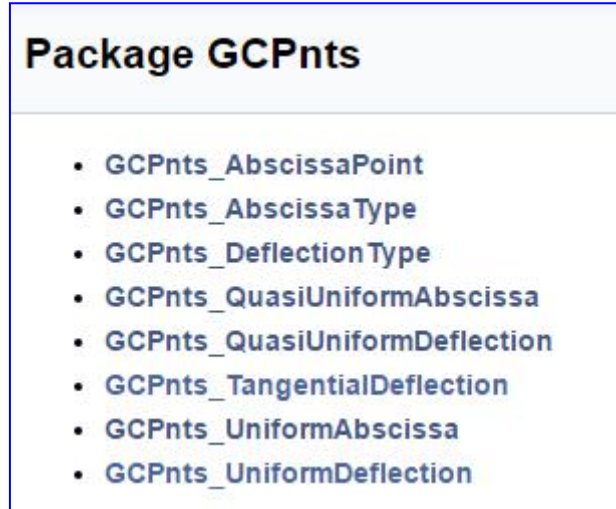
2. Algorithm

看了国内外的一些论文，对 NURBS 曲线进行圆弧样条拟合的大概思路都是一个先对 NURBS 曲线离散的过程。一个极端情况就是生成 NURBS 曲线的显示数据，即多段线来逼近。多段线对于有的机器设备（CNC）而言，加工不便，所以提出尽量使用少的圆弧和直线段来逼近 NURBS 曲线这种问题。

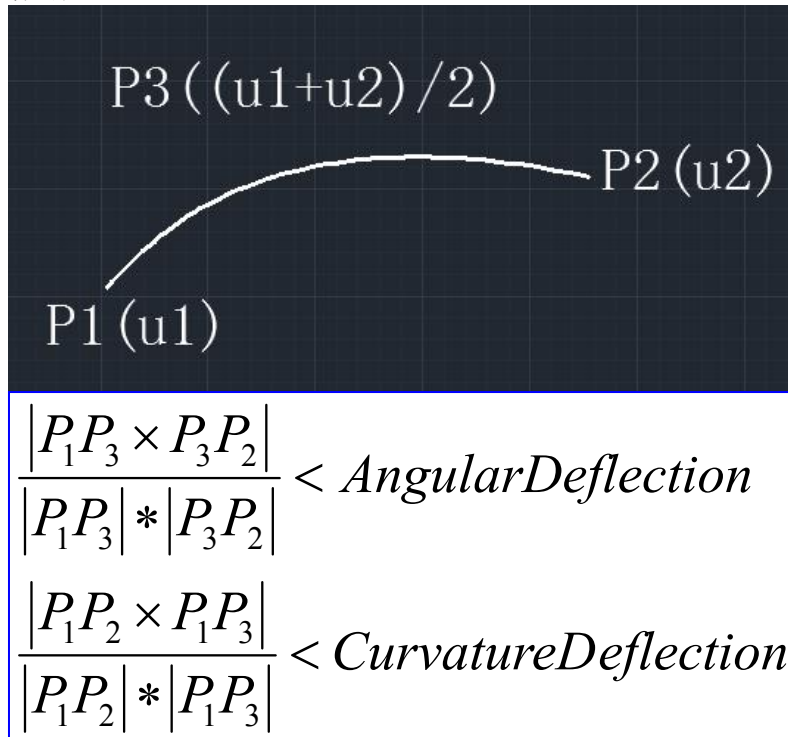
总的思路是先将 NURBS 曲线离散成多段线，或将 NURBS 转换成分段 Bezier 曲线，然后再用双圆弧样条曲线来进行拟合。

3. Polygon Approximation

将曲线离散成多段线的相关算法是个相对重要的算法，因为可以用于对 NURBS 曲线的显示。生成曲线显示数据时也有用尽量少的多段线来逼近曲线的问题。所以可以先用生成曲线显示数据的算法来对曲线进行离散化。OpenCASCADE 中取曲线上点的相关类都在包 GCPnts 中：



如类 GCPnts_TangentialDeflection 可以在满足角度偏差和曲率偏差的条件下对曲线进行离散化。根据文档注释可知：



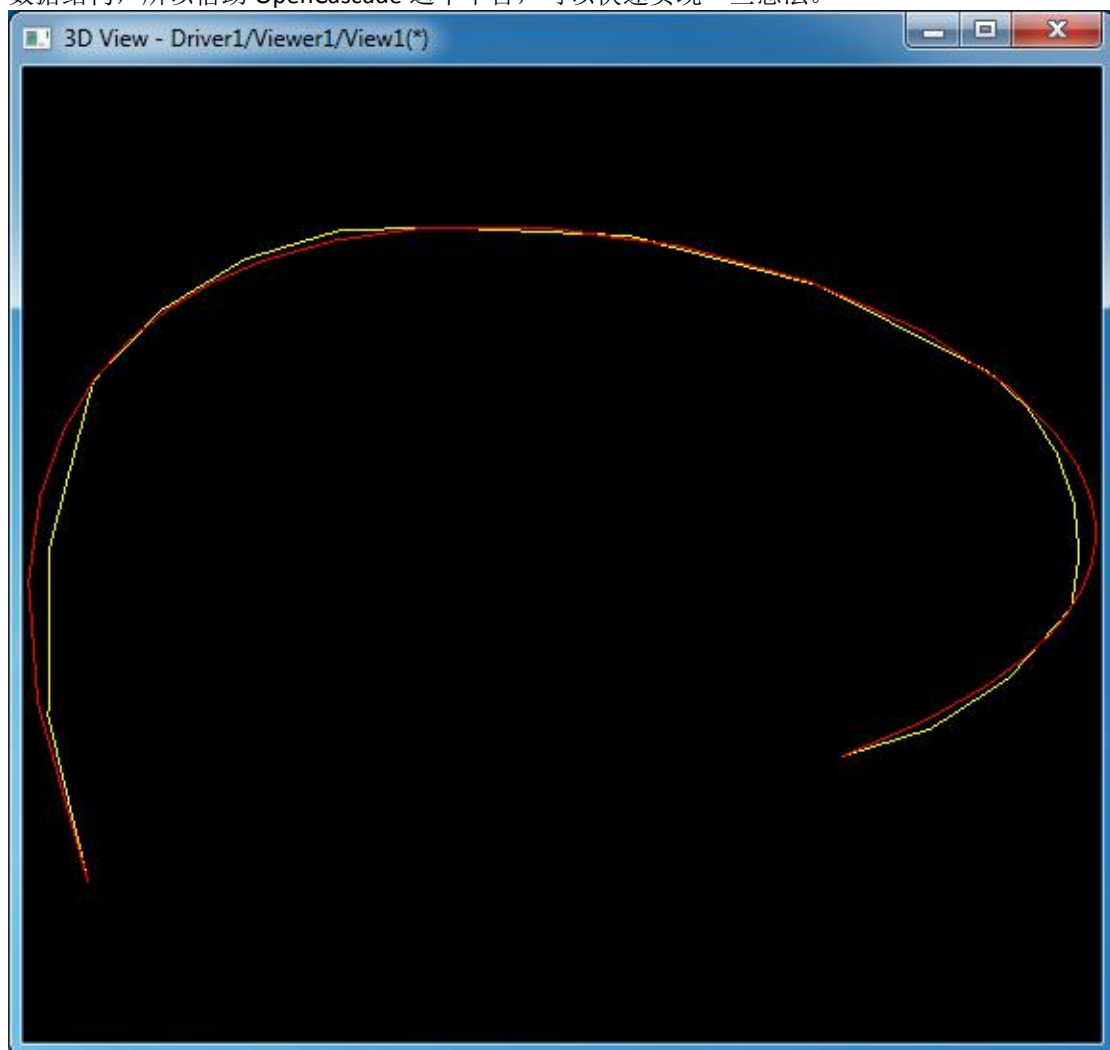
由上图可知，曲线离散的算法满足条件为向量 P_1P_3 和 P_3P_2 之间的夹角和 P_1P_2 与 P_1P_3 之间的夹角分别满足角度和曲率偏差。

如果对经过上述算法处理过的曲线上相邻两个点，根据切线来拟合一段圆弧，这样处理起来程序比用双圆弧拟合要简单，对于尖点的处理也很方便。

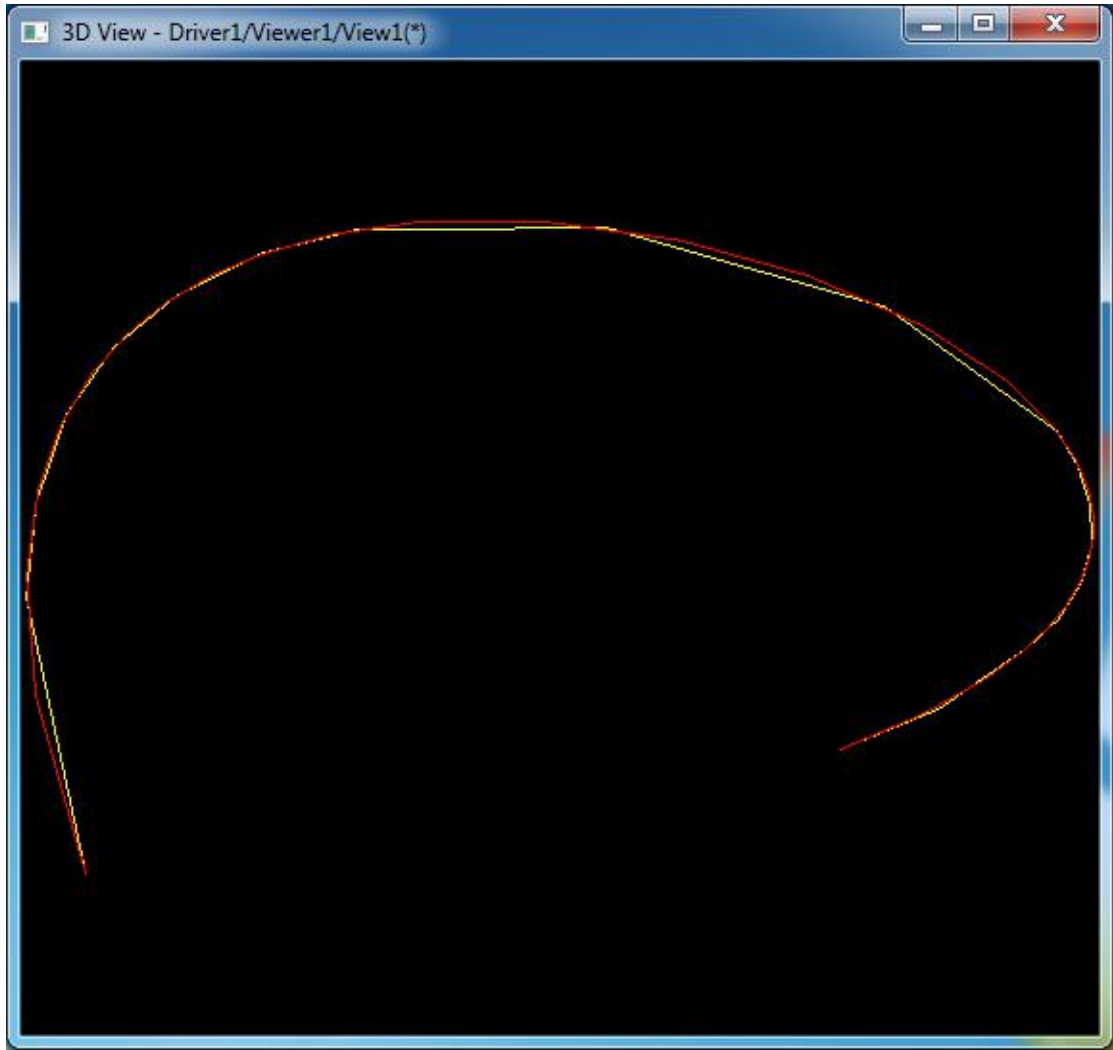
过样条曲线上相邻两个节点，且在节点处都切于样条曲线的圆弧一般是不存在的，但却可以决定一圆弧使得在节点处两对切线间的夹角相等，这种方法称为平均切线法。故结合样条曲线离散算法和平均切线法，可以将样条曲线转换成直线和圆弧来逼近表示的圆弧样条曲线。直线的情况就是相邻两个节点处的切线之间的夹角小于一定的偏差，则认为是直线，其他情况都认为是圆弧。

4.Arc Spline Fitting

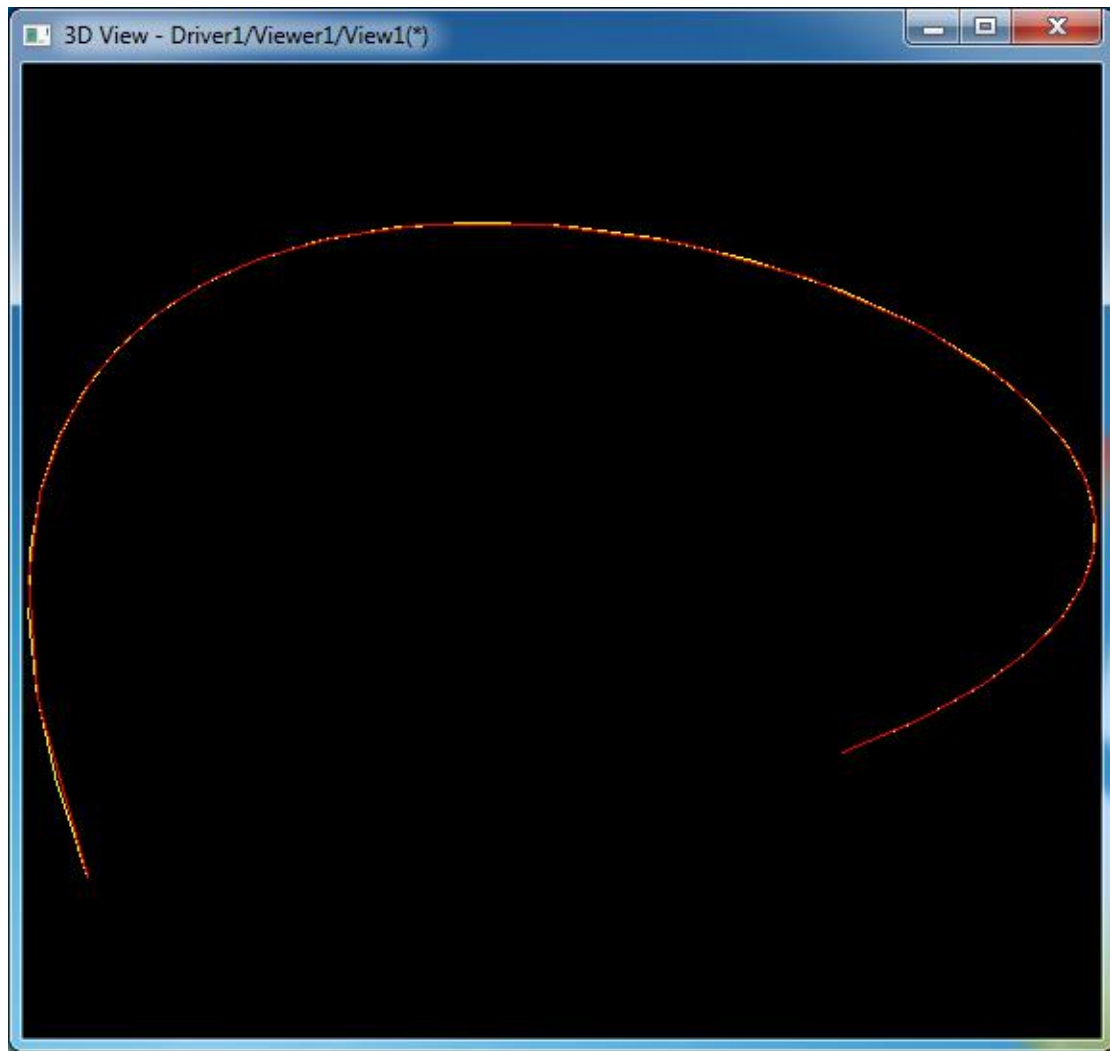
根据上述原理使用 OpenCascade 编写程序，OpenCascade 在 NURBS 方面的算法还是很全面的，如计算 NURBS 曲线曲面上的点或切线，或任意阶导数等等。也有关于圆弧、线段等全面的数据结构，所以借助 OpenCascade 这个平台，可以快速实现一些想法。



上图所示为当精度为 0.5 时 B 样条曲线转换成圆弧样条曲线的结果。其中红色曲线为 B 样条曲线，黄色为圆弧样条。



当精度为 0.1 时得到的圆弧样条。



当精度为 0.01 时得到的圆弧样条。由图可知，圆弧样条与 B 样条基本重合。

5. Conclusion

综上所述，当离散精度越高时，得到的圆弧样条越逼近原始的 B 样条，但是圆弧和直线段的数量也会越多。

使用上述算法实现程序简单，避免了双圆弧拟合的一些复杂计算。

OpenCascade 中有完善的 NURBS 相关算法及常见的几何曲线曲面的数据结构，所以借助这个平台，可以快速验证一些想法。

6. References

1. Les A. Piegl, Wayne Tiller. Biarc approximation of NURBS curves.
2. 卢建彪, 雍俊海. 二次 Bezier 曲线的双圆弧样条插值二分算法.
3. 何援军. 计算机图形学. 机械工业出版社. 2010